

自動微分を体感しよう！

実数関数を双対数化することで微分も同時に計算できる

二項演算

実数 -> 双対数

$$z \in R[\epsilon]/\langle \epsilon^2 \rangle$$

$$z = a + b\epsilon, \quad \epsilon^2 = 0$$

$$z = f + f'\epsilon$$

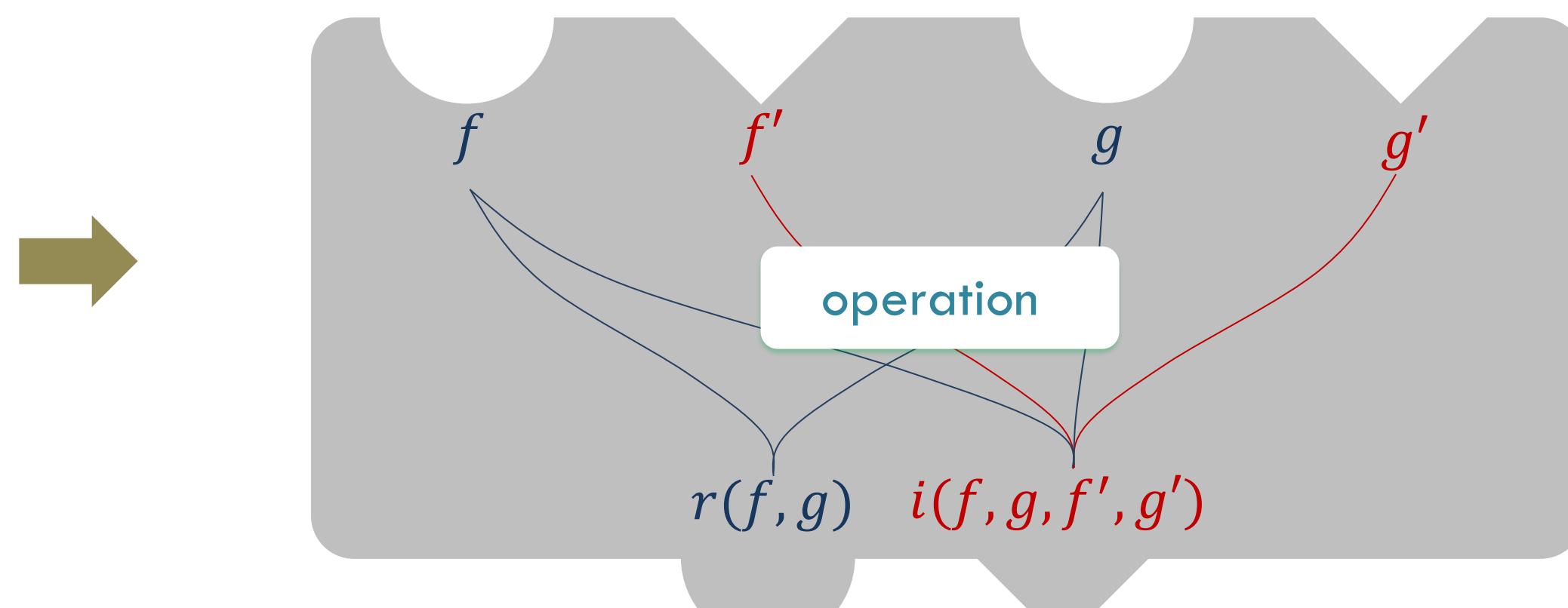
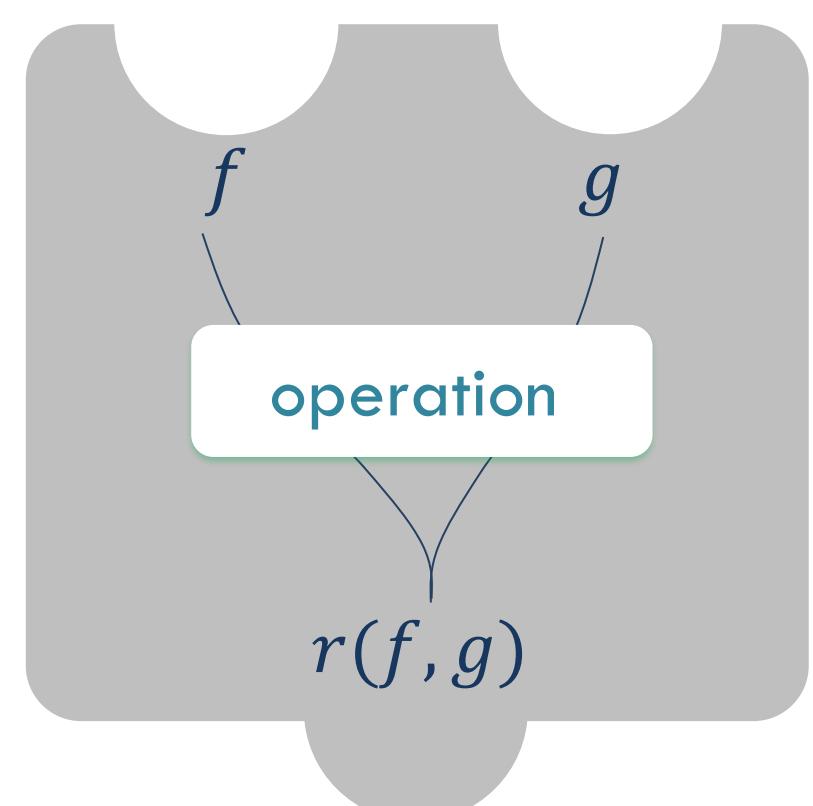
実関数部 微分部

$$w = g + g'\epsilon$$

$$z + w = (f + g) + (f' + g')\epsilon$$

$$zw = fg + (f'g + fg')\epsilon$$

$$\frac{z}{w} = \frac{f}{g} + \frac{gf' - fg'}{g^2}\epsilon$$

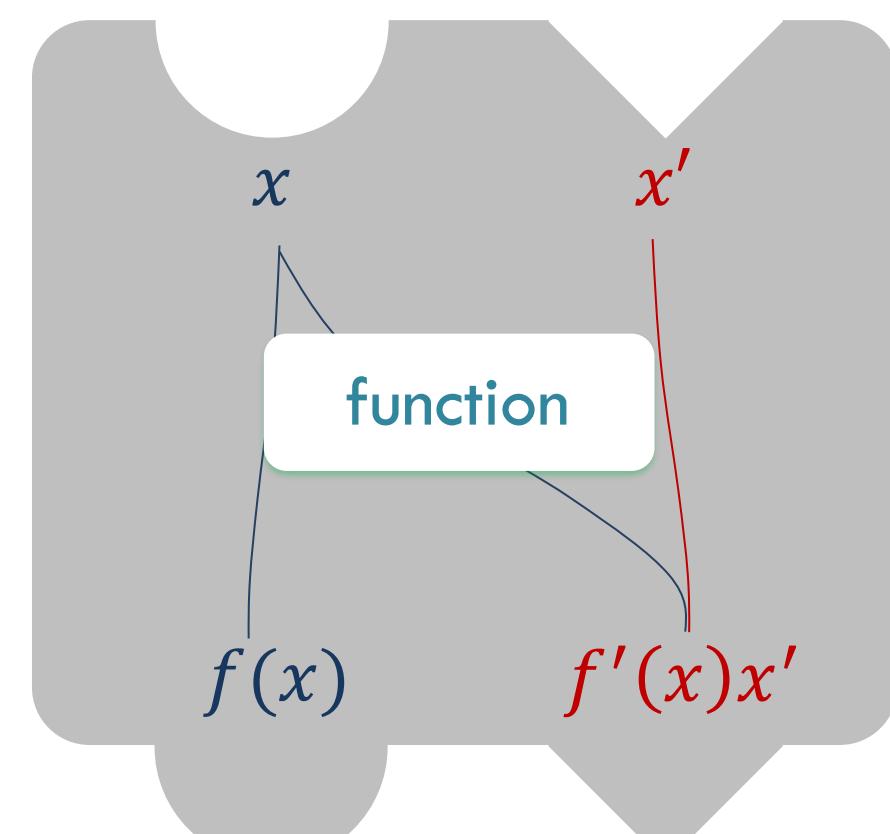
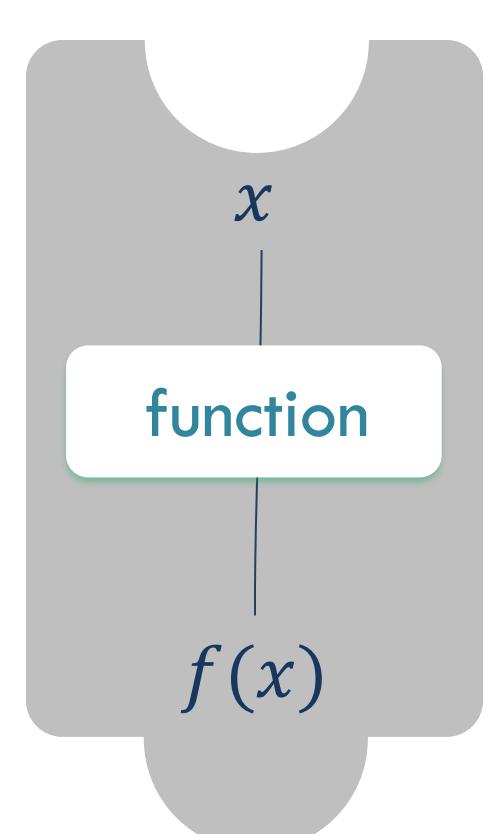


関数

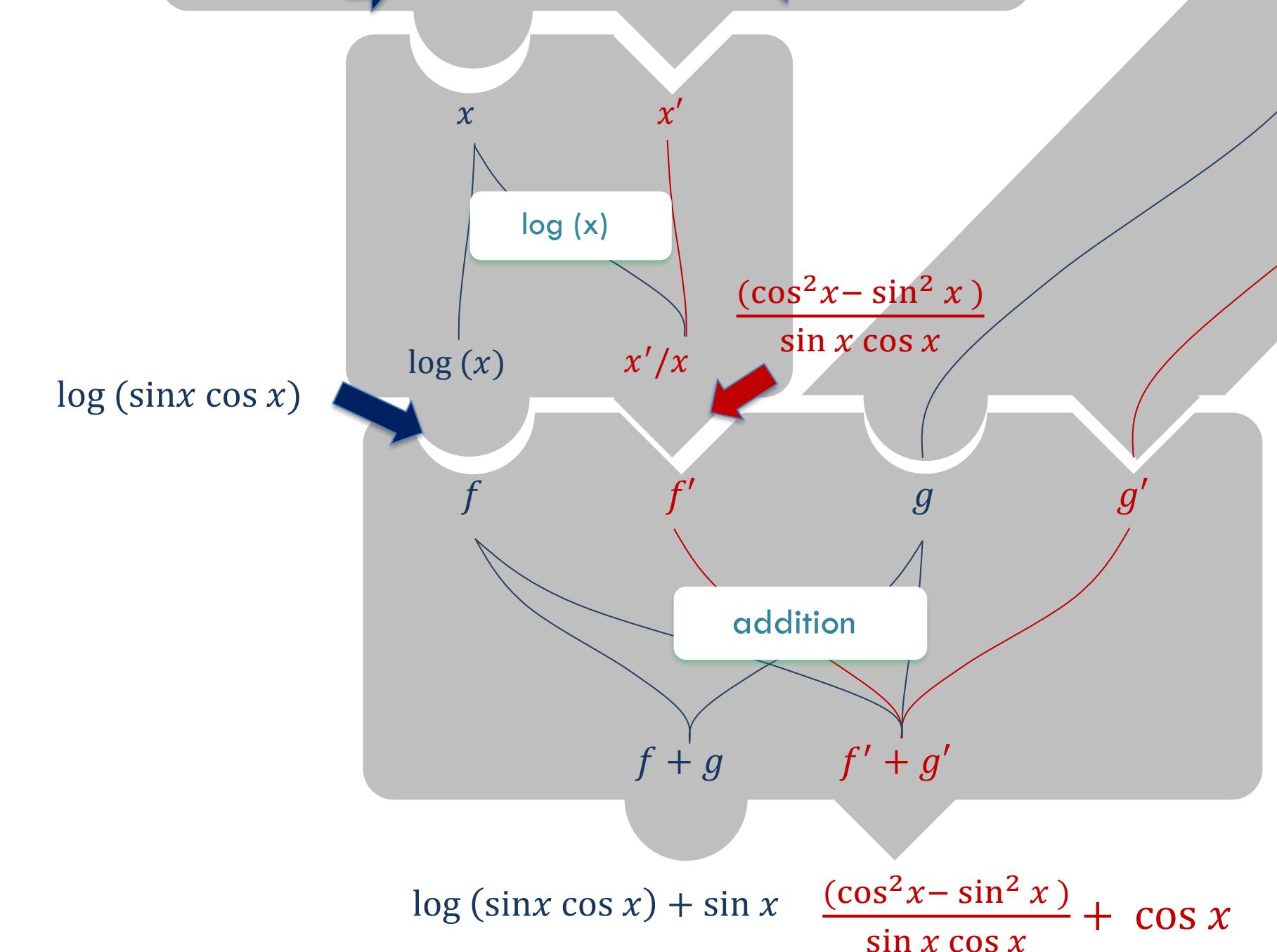
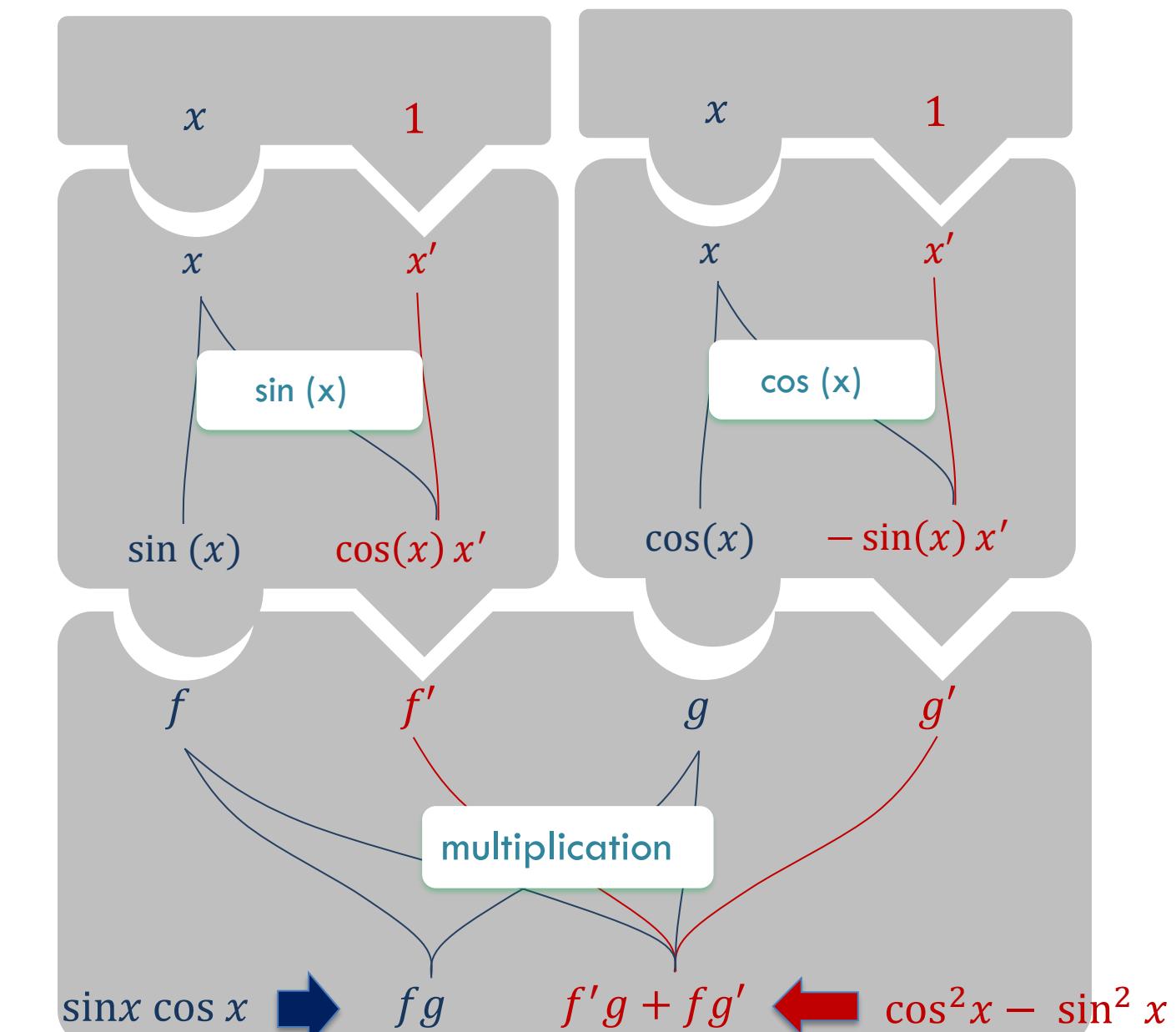
連鎖則を満たすように関数を変更

$$\hat{F}(x + x'\epsilon) = F(x) + F'(x)x'\epsilon$$

$$\begin{aligned} \hat{G}(\hat{F}(x + x'\epsilon)) &= \hat{G}(F(x) + F'(x)x'\epsilon) \\ &= G(F(x)) + G'(F(x))F'(x)x'\epsilon \end{aligned}$$



自動微分の体感例: $F(x) = \log(\cos x \sin x) + \sin x$



$$\log(\sin x \cos x) + \sin x \quad \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\sin x \cos x} + \cos x$$